Hydrostatika a hydrodynamika

Zabýváme se kapalinami, ne tuhými tělesy

HS	HD
Ideální tekutina	Rovnice kontinuity
Hydrostatický tlak	Bernoulliova rovnice
Pascalův zákon	Pitotova trubice
Archimédův zákon	Vodní vývěva
A.z. - vážení	Reálné kapaliny viskozita

Ideální tekutina

1. Dokonale nestlačitelná

Reálné kapaliny se velmi blíží ideální pokud jde o nestlačitelnost

Pro H_2O $p = 10\ Ncm^{-2}$ se zmenší objem jen o $5*10^{-5}$

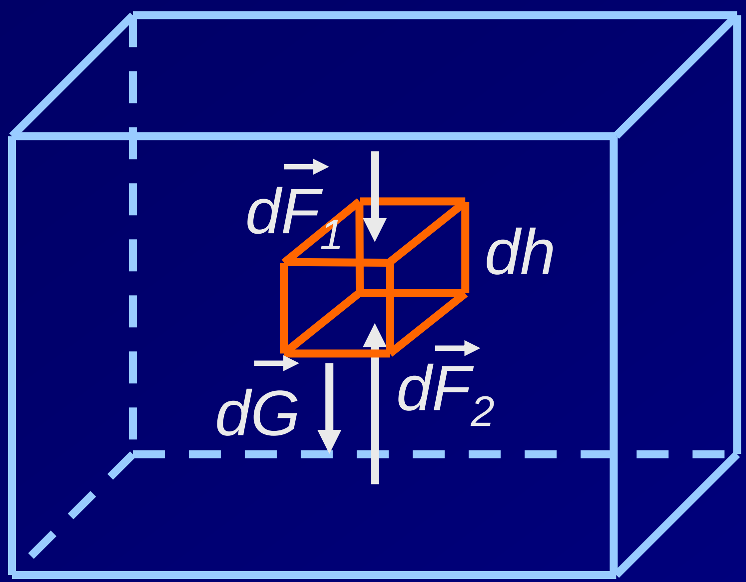
2. Dokonale tekutá = neexistuje vnitřní tření

Pokud se pohybuje neztrácí energii třením, má nulovou viskozitu

HS

Hydrostatický tlak

- Hydrostatický tlak je důsledkem gravitačního pole = tíhy kapaliny, popř. důsledkem setrvačných nebo vnějších sil



Tlak = síla na plochu $p = \frac{\Delta F}{\Delta S}$

[Pa] = [N.m^{-2}] $p = \frac{dF}{dS}$ $\left(\lim_{\Delta S \to 0}\right)$

ODVOZENÍ:

Objemový element dh^3 je bez zrychlení

$dF_2 = dF_1 + dG$

$dF_2 - dF_1 = g.\rho.dh^3$

$(p+dp).dS - p.dS = g.\rho.dh^3$

$dp.dS = g.\rho.dh^3$

$dp = g.\rho.dh$

$dS = dh^2$

$dV = dh^3$

$p = g.\rho.h + p_0$

způsobený gravitací

Aerostatický tlak - počasí

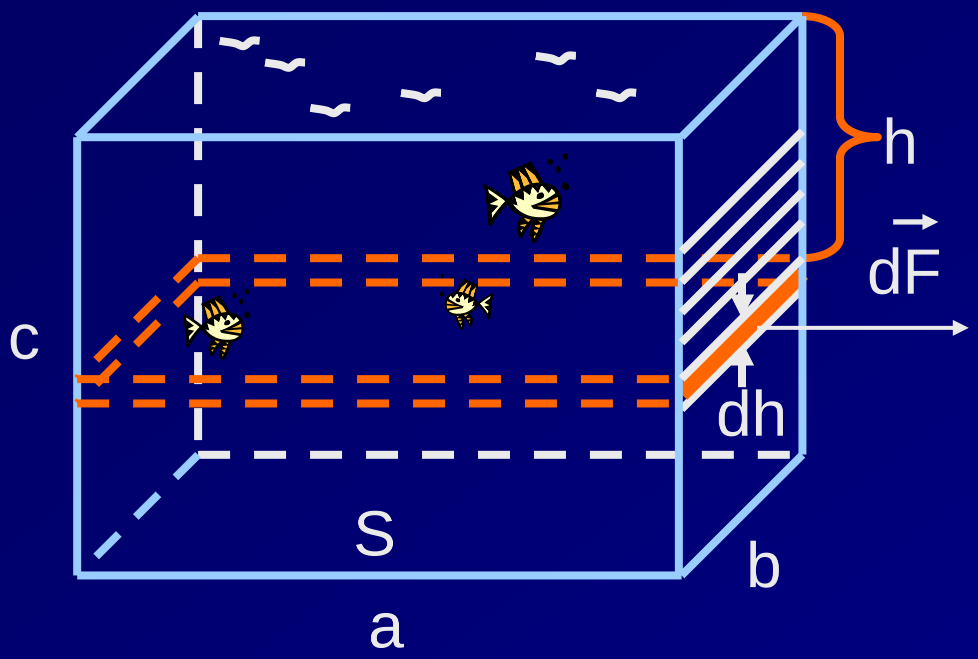
- Aerostatický tlak je důsledkem gravitačního pole = tíhy vzduchu

Tlaková níže

- Na tvorbě víru se podílí rotace Země (Coriollisova síla)

HS

Hydrostatický tlak - příklad



Síla působící na dno:

$G = mg = \rho V g = \rho.a.b.c.g$

1) Tlak na dno:

$p = G/S = \rho.c.g$

Tlak v hloubce h:

$p = \rho h g$

2) Síla působící na stěnu b-c:

$$dF = \rho.g.h.b.dh$$

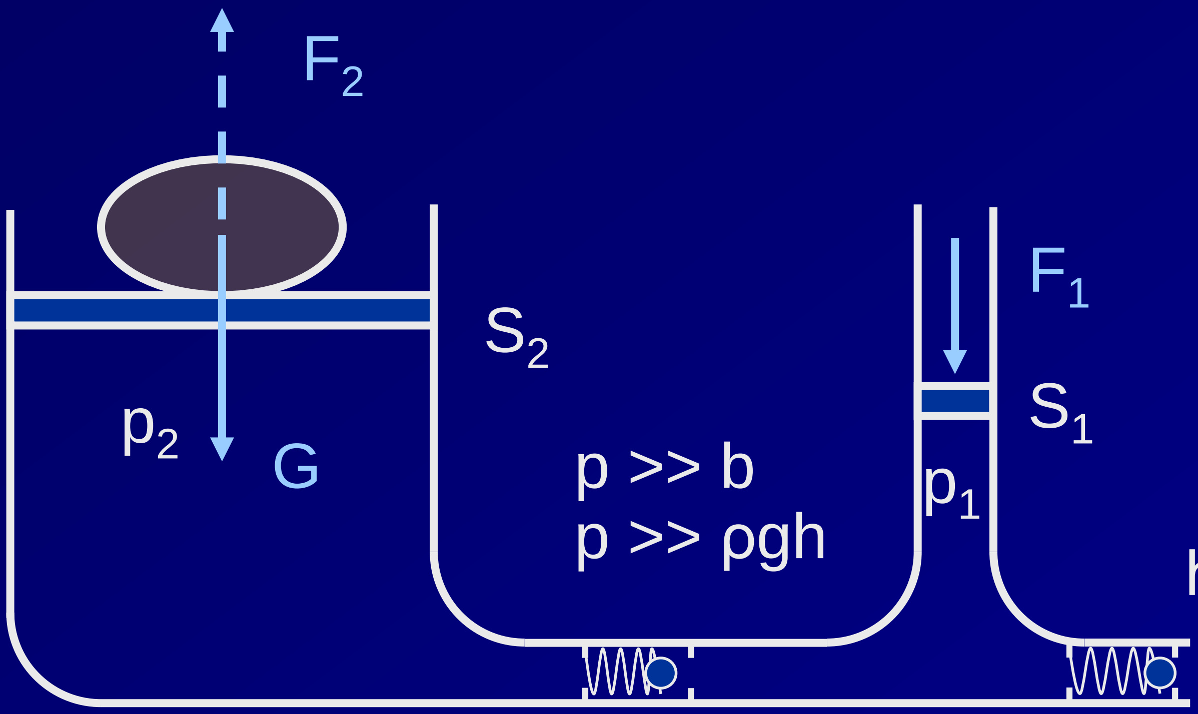
$$F = \int_0^c \rho g h b dh = \frac{1}{2}\rho g b c^2$$

HS

Pascalův zákon

silová rovnováha v kapalině

tlak se šíří v kapalinách rovnoměrně všemi směry



$$p_1 = p_2 \qquad (6)$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

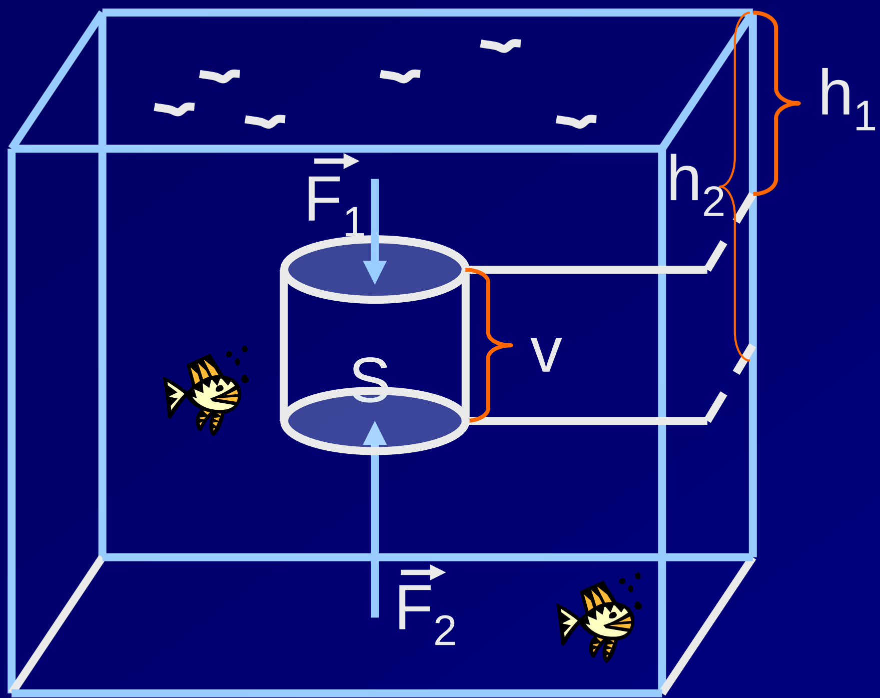
Princip hydraulického lisu nebo heveru:

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1} \cdot F_1$$

$W_1 = W_2$!!!

HS

Archimédův zákon



Tlak v místě horní podstavy:

$p_1 = \rho_k g h_1$

Síla působící na horní podstavu:

$F_1 = \rho_k g h_1 S$

Tlak na místě spodní podstavy:

$p_2 = \rho_k g h_2$

Síla působící na spodní podstavu:

$F_2 = \rho_k g h_2 S$

$F_A = F_2 - F_1 = \rho_k g S(h_2 - h_1)$

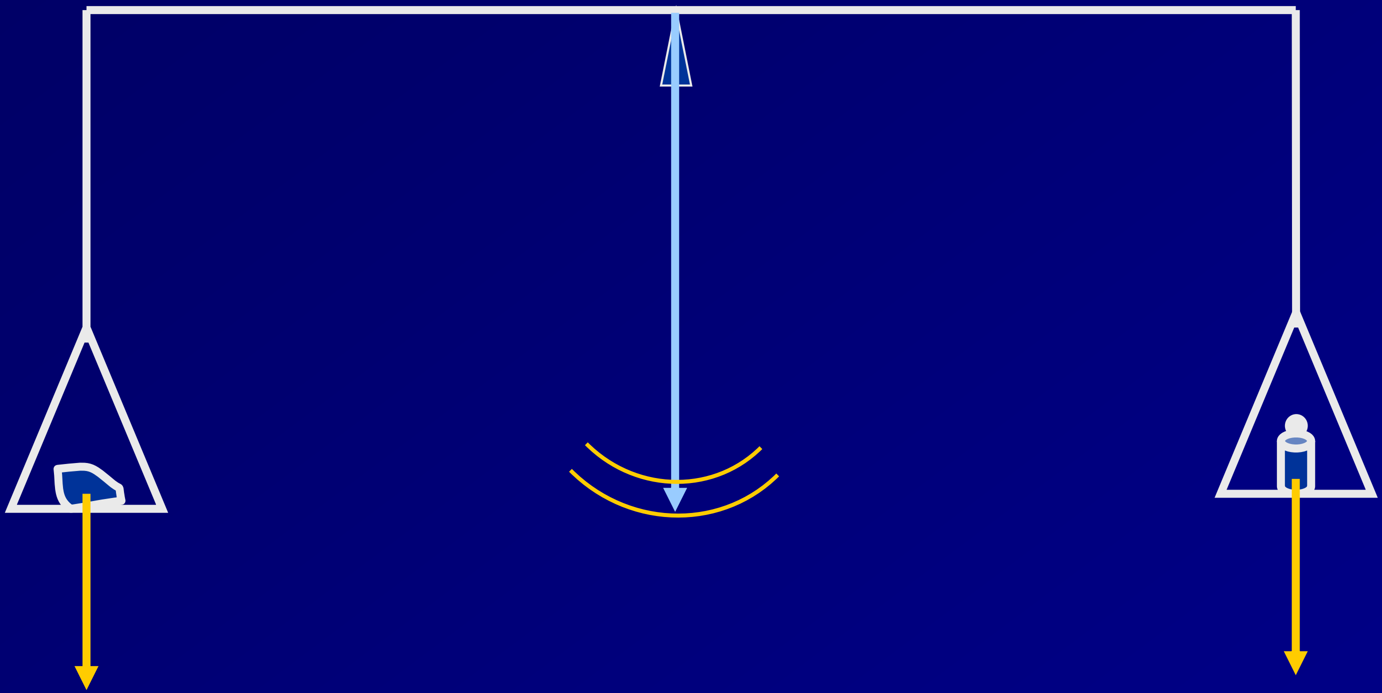
Vztlaková síla F_A je rovna tíze kapaliny, jejíž objem těleso zaujímá.

$F_A = \rho_k g V$

Srovnej s odvozením hydrostatického tlaku

HS

Archimédův zákon - Vážení ve vzduchu



$F = Mg - V_M \rho_V g$

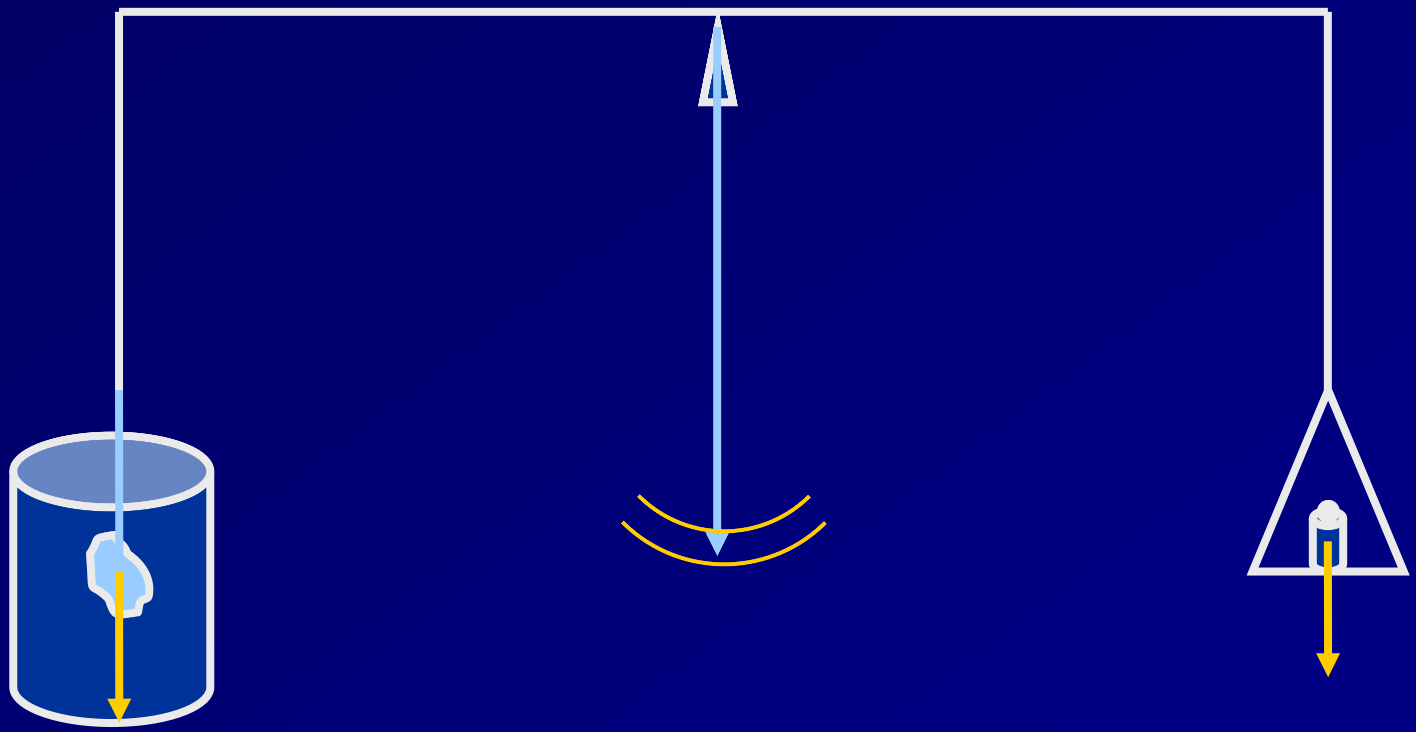
$F = Zg - V_Z \rho_V g$

$$M = Z + Z(1/\rho - 1/\rho_Z)\, \rho_V$$

Homotnost redukovaná na vakuum

HS

Archimédův zákon - Vážení v kapalině



$F = Mg - V_M \rho_K g$

$F = Zg - V_Z \rho_V g$

Slouží k určování hustoty nepravidelných těles dvojím vážením

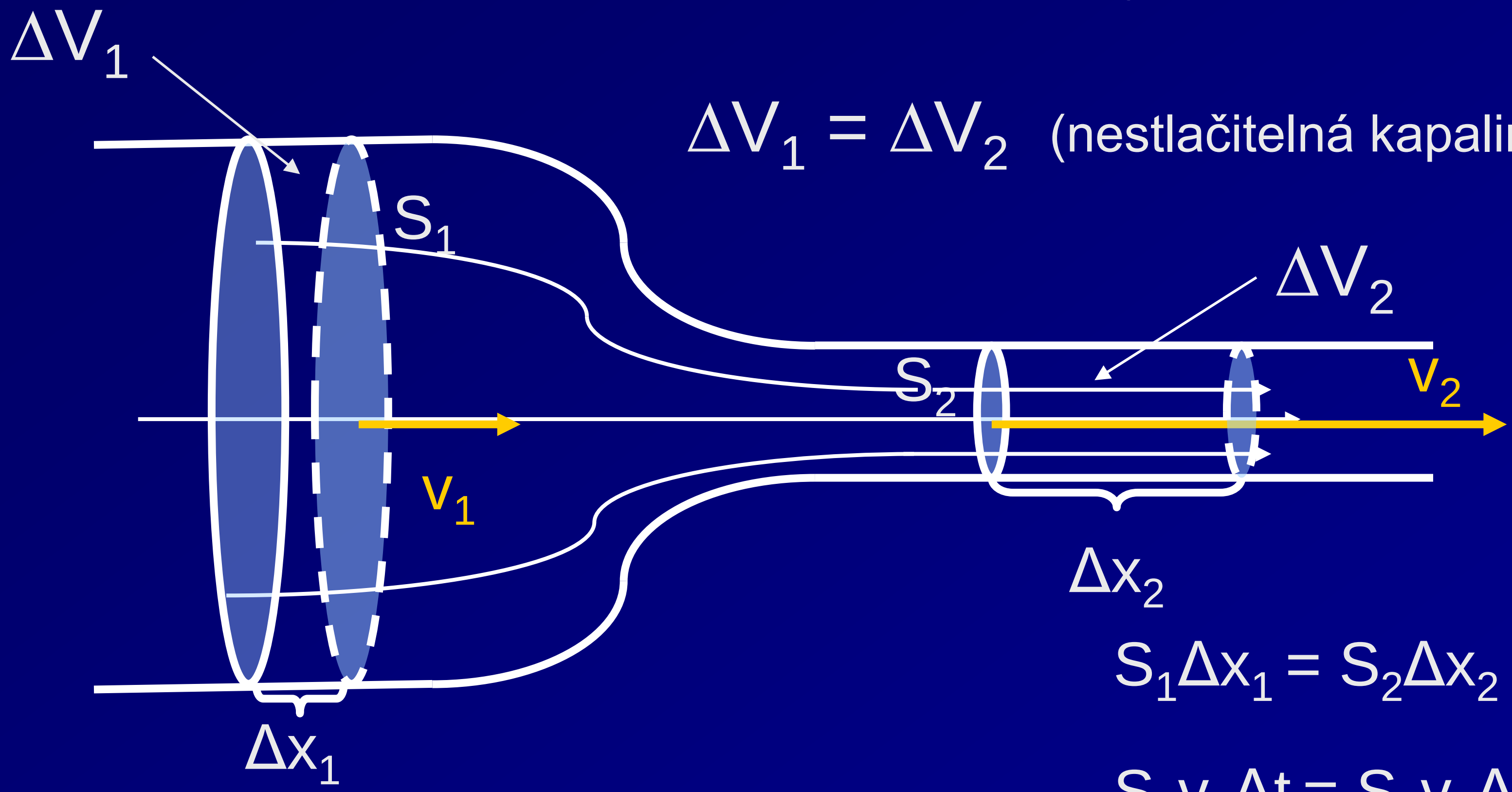
1) na vzduchu

2) v kapalině o známé hustotě ρ_K

Hydrodynamika

Rovnice kontinuity

$\Delta V_1 = \Delta V_2$ (nestlačitelná kapalina)



$S_1 \Delta x_1 = S_2 \Delta x_2$

$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

Bernoulliova rovnice

(pro dokonalou tekutinu)

- Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování (hustoty) energie :

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \frac{E}{V} = konst.$$

- V praxi se vyjadřuje několika způsoby, například v rozměrech délkových :

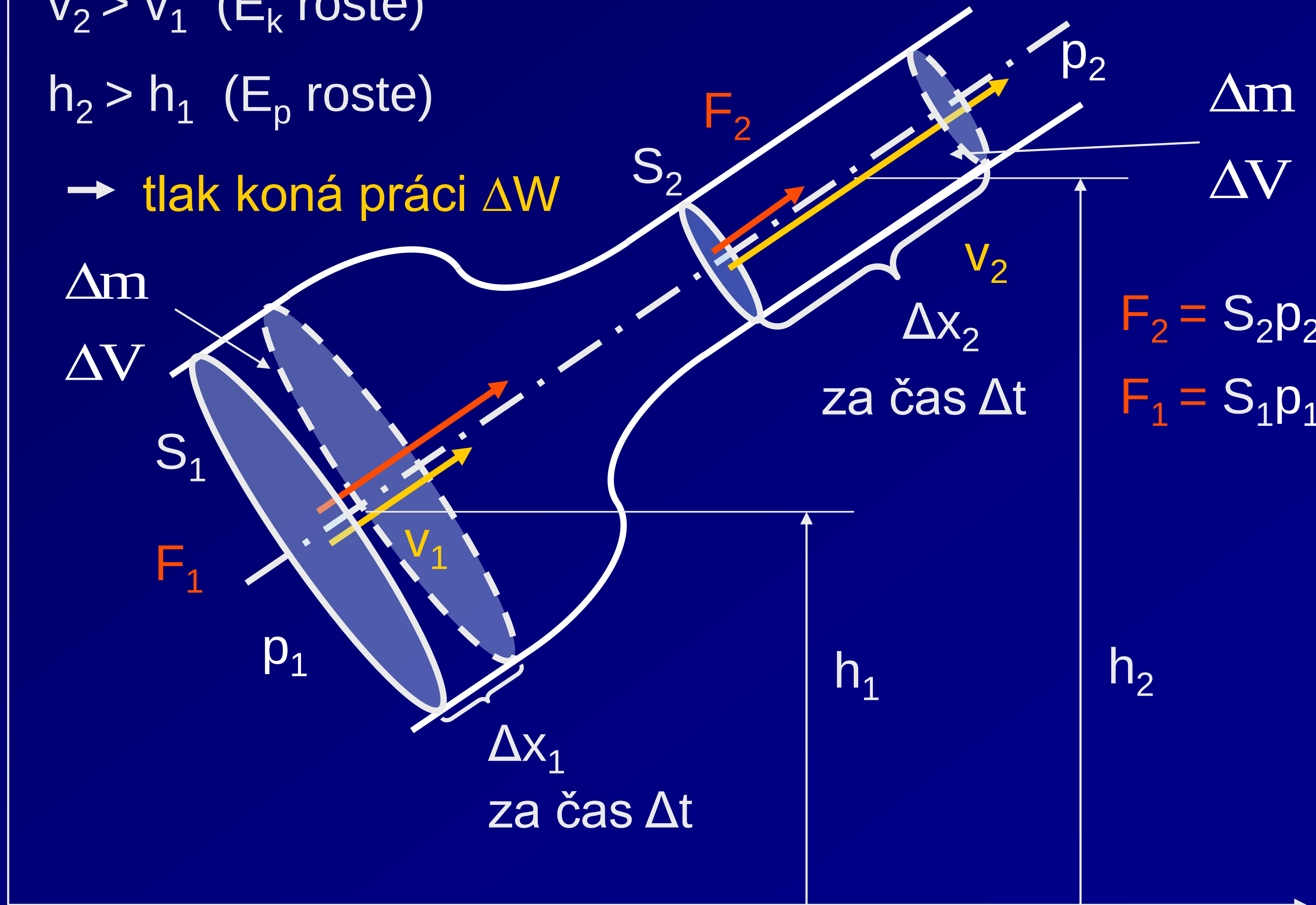
$$\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{\rho g} = konst. \qquad E_p = mgh$$

Bernoulliova rovnice - odvození

$v_2 > v_1$ (E_k roste)

$h_2 > h_1$ (E_p roste)

→ tlak koná práci ΔW



HD

Bernoulliova rovnice - odvození

Práce tlaku kapaliny:

$$\Delta W = F_1 v_1 \Delta t - F_2 v_2 \Delta t$$

Výkon kapaliny v místě 1

Výkon kapaliny v místě 2

Změna kinetické a potenciální energie elementu Δ m:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

$$E_1 = \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 + \Delta m g h_1$$

$$E_2 = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2$$

Změna energie = vykonané práci: $\Delta E = \Delta W$

$$\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 - \Delta m g h_1 = F_1 v_1 \Delta t - F_2 v_2 \Delta t$$

$$\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 - \Delta m g h_1 = S_1 p_1 v_1 \Delta t - S_2 p_2 v_2 \Delta t$$

HD

$$\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 - \Delta m g h_1 = S_1 p_1 v_1 \Delta t - S_2 p_2 v_2 \Delta t$$

$$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t = \Delta V$$

$$\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 - \Delta m g h_1 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V$$

$$\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 + \Delta m g h_2 + p_2 \Delta V = \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 - \Delta m g h_1 + p_1 \Delta V$$

$$: \Delta V$$

Bernoulliova rovnice

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \rho g h_1 + p_1$$

Energetická bilance na 1 m^3.

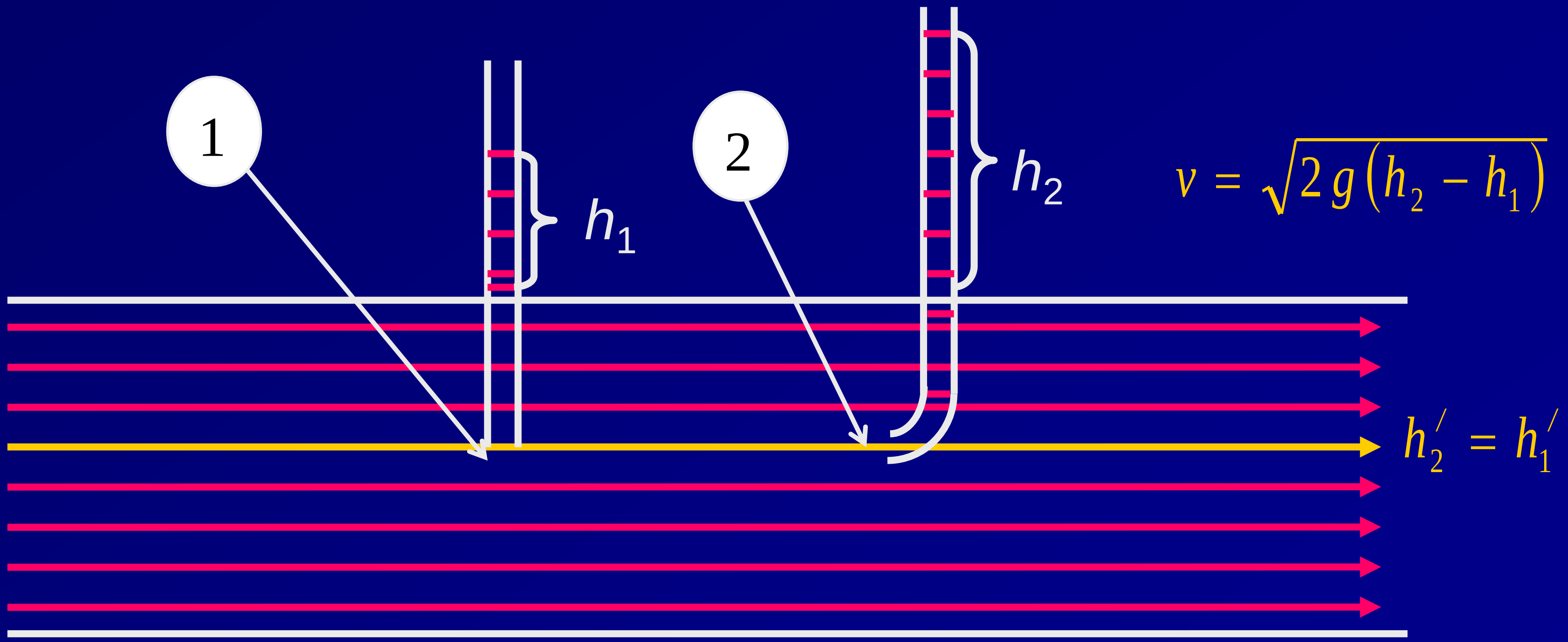
HD

Bernoulliova rovnice - Pitotova trubice - rychlost proudění

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2' + p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1' + p_1 \Longrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = p_2$$

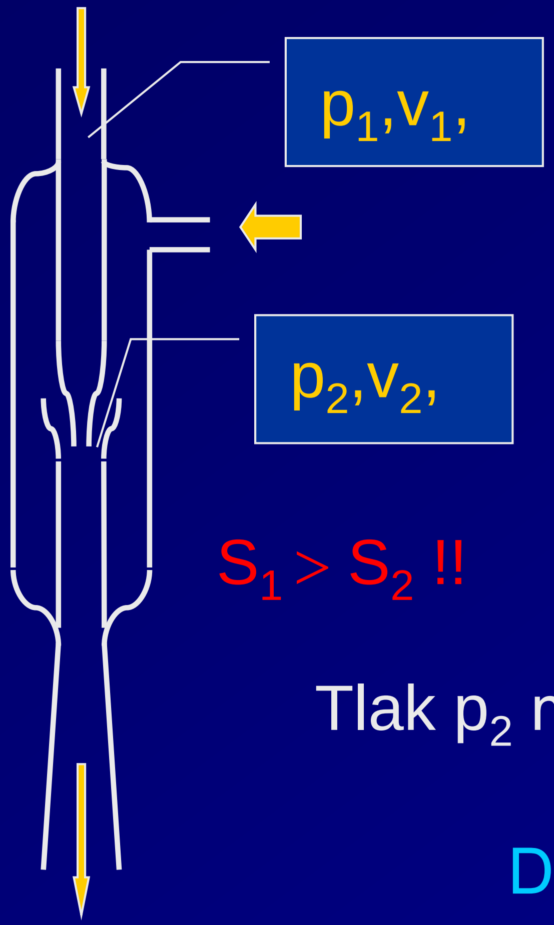
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + h_1\rho g = h_2\rho g$$



$$v = \sqrt{2g\left(h_2 - h_1\right)}$$

HD

Vodní vývěva



$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p_1$$

$$p_2 = p_1 - \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Tlak p_2 může být nižší, než tlak atmosférický

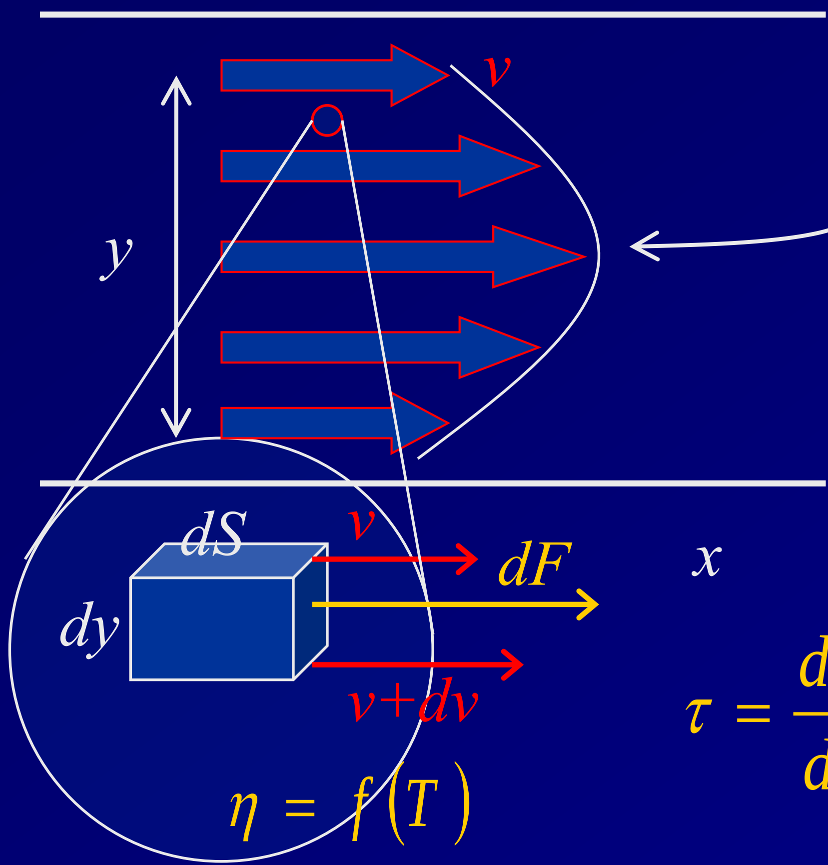
Doplnit vztlak křídla letadla

Děravá trubka s proudící kapalinou

HD

Reálné tekutiny - viskozita η

laminární proudění



Třením se tvoří rychlostní profil

NEWTON:
Tečné napětí τ je úměrné gradientu rychlosti kolmo na směr pohybu

$$\tau = \frac{dF}{dS} = \eta \frac{dv}{dy} \qquad [Pa] = [Pa \cdot s] \frac{[m \cdot s^{-1}]}{[m]}$$

$$\eta = f(T)$$

a pro nenewtonské kapaliny také: $\eta = f(v,t)$

viskozita η je projevem vnitřního tření reálné tekutiny
- kinetická energie se mění na teplo

HD

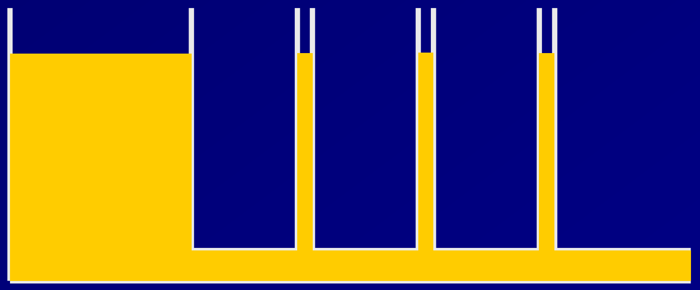
Viskozita

- Dynamická viskozita některých kapalin při pokojové teplotě:

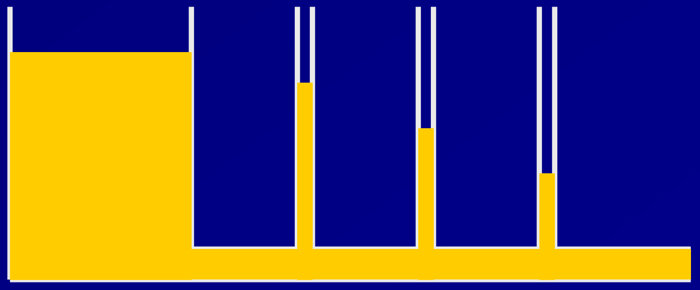
	η [Pa s]
EtOH	$1.2\ 10^{-3}$
benzín	$2.9\ 10^{-4}$
rtuť	$1.5\ 10^{-3}$
olej	0.26
voda	$1.005\ 10^{-3}$
glycerin	0.97

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

Ideální kapalina



Reálná kapalina



“Pozor na dlouhé hadice“

Nenewtonské kapaliny

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} \qquad \eta = f(v,t)$$

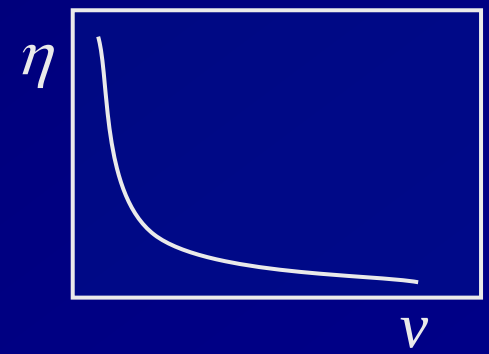
1) Závislost viskozity na rychlosti v deformace

a) Pseudoplasticita (strukturní viskozita)

$$\eta = f(v)$$

bažina

nátěrové hmoty neztékají.

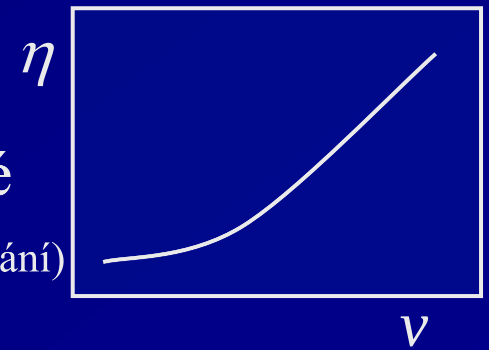


b) Dilatační viskozita

$$\eta = f(v)$$

škrob a voda

penetrační nátěrové hmoty (obtížné zpracování)



Nenewtonské kapaliny

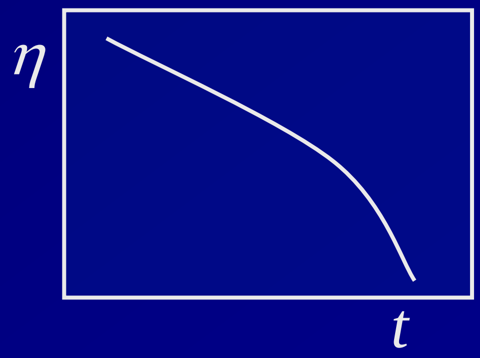
$$\tau = \eta \frac{dv}{dy} \qquad \eta = f(v,t)$$

1) Závislost viskozity na době deformace t

a) Tixotropie

$$\eta = f(t)$$

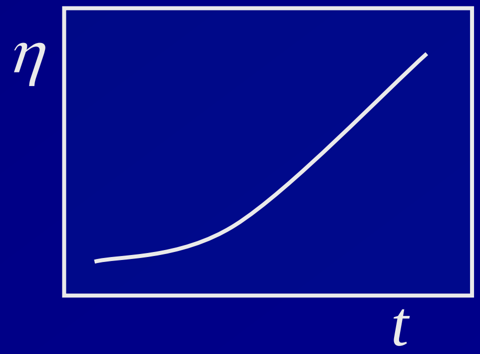
nátěrové hmoty neztékají.



b) Rheopexie

$$\eta = f(t)$$

k ničemu



Příklady

1) Za jak dlouho vyteče polovina vody z plné nádoby o poloměru R = 2 m otvorem ve dně o ploše S_2 = 10 cm^2, je-li výška nádoby H = 3 m? Nádoba stojí na vodorovné rovině.

   [2878 s]

2) Na mořské hladině plave ledovec. Jaká objemová část vyčnívá nad hladinu? (ρ_{ledu}=920kg , ρ_{vody}=1030kg) [0,106]

3) Na rovnoramenných vahách jsou zavěšena dvě tělesa: 1.strana Al (m=182g, ρ = 2800kgm^{-3}), 2.strana Fe (m=81g, ρ = 7800kgm^{-3}). Rovnováhy dosáhneme, když obě tělesa ponoříme do téže kapaliny neznámé hustoty ρ = ? [1849 kg m^{-3}]