

Elektrostatika 2

Hlavní body

- Vztah potenciálu a intenzity.
- Pohyb nabitých částic v elektrickém poli
- Nabíjení vodičů, kapacita
- Energie pole na kondenzátoru
- Skládání kondenzátorů paralelně/seriově

Vztah potenciálu a intenzity

- Pohodlnější je popisovat elektrostatické pole pomocí potenciálu, ale na jeho základě je nutné umět vypočítat intenzitu, popř. sílu :

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W}{Q} = \frac{1}{Q} \int_{r_A}^{r_B} -\vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{r_B} -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$d\varphi(\vec{r}) = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi$$

Intenzita elektrostatického pole je rovna gradientu potenciálu (záporně).

Obecně:

$$\varphi_A - \varphi_B = \int_{r_A}^{r_B} -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\varphi_A - \varphi_B = U \quad \text{napětí}$$

Pro homogenní pole

$$\varphi_A - \varphi_B = -\vec{E} \cdot d$$



Pohyb nabitých částic v elektrickém poli

1. Řešení přes síly

2. Newtonův zákon:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = Q \cdot \vec{E}$$

Volné nabité částice se snaží pohybovat podél siločar ve směru poklesu své potenciální energie.

$$m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \quad \Longrightarrow \quad \text{Akcelerace elementárních částic může být obrovská}$$

elektron, pozitron $|q/m| = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$

proton, antiproton $|q/m| = 9.58 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$

α -částice (He jádro) $|q/m| = 4.79 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$

Příklad

Pohyb nabitých částic v elektrickém poli


2. Řešení přes zákon zachování energie

VIDEO

Elektroneninfeldern

Je-li volná nabitá částice v určitý okamžik v bodě A elektrostatického pole a za nějakou dobu v libovolném bodě B , musí mít v obou bodech **stejnou celkovou energii** bez ohledu na čas, dráhu a složitost pole :

$$E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}$$

$$\frac{1}{2} m (\Delta v)^2 + q \Delta \varphi = 0$$


Srovnej s gravitačním polem

kinetická energie

potenciální energie

Příklad

Nabíjení vodičů

Vodič je takový materiál, který obsahuje volné nositele proudu

- Elektrony (kovy, polovodiče,...)
- Ionty (elektrolyty, baterie, ...)

Jaká intenzita a potenciál je při povrchu koulí o poloměru $r_1 = 1\text{m}$, $r_2 = 2\text{m}$, nabitých nábojem $Q = 10^{-10}\text{C}$?

S poklesem poloměru roste E na povrchu !

Měli jsme na povrchu koule

$$E = \frac{Q}{4\epsilon_0\pi r^2}$$

Vztah intenzita – potenciál vede na

Sršení

$$\varphi = 0,9\text{V}$$

$$\varphi = 0,45$$

$$\text{nebo } 0,9 \text{ V}$$

$$|\varphi| = \frac{Q}{4\epsilon_0\pi r}$$

$$E = 0,9 \text{ Vm}^{-1}$$

$$E = 0,225$$

$$\text{nebo } 0,45 \text{ Vm}^{-1}$$

Nabíjení vodičů - kapacita

Kapacita definičně:

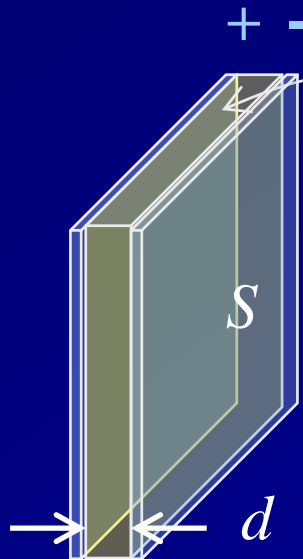
$$C = \frac{Q}{\varphi} \quad [C] = \text{Farad} = 1 \text{ C/V}$$

= náboj na vodiči při jednotkovém potenciálu

Př. : Kapacita kulového vodiče

$$C = 4\pi\epsilon_0 r$$

Kapacita deskového kondenzátoru



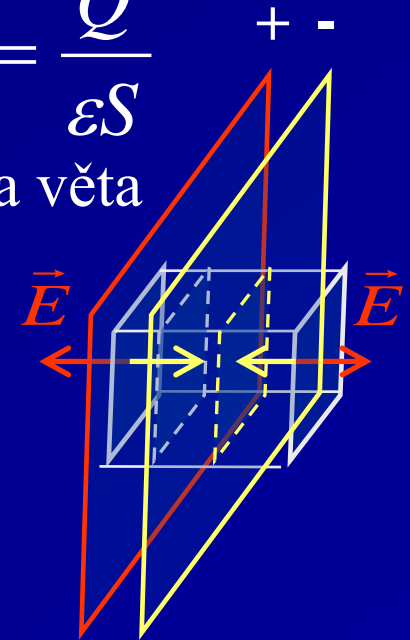
ϵ – zohledňuje vlastnost prostředí $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$

$$C = \frac{Q}{\varphi} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon S}d} = \frac{\epsilon S}{d}$$

Čím je větší permitivita, a menší vzdálenost tím je větší kapacita!

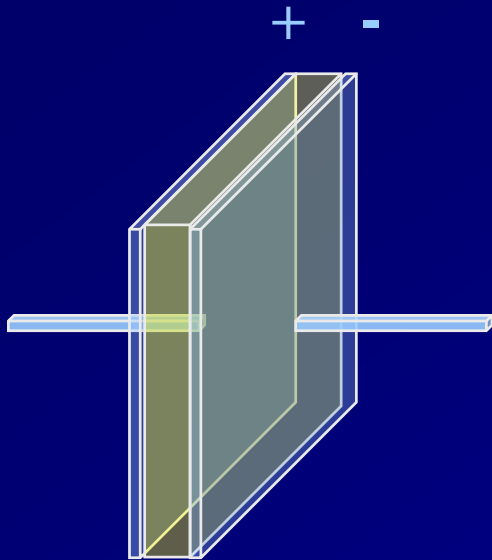
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon S}$$

Gaussova věta



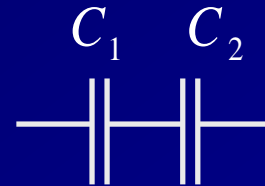
Kapacita – skládání kondenzátorů

Kapacita definičně:



$$C = \frac{Q}{U}$$

Sériové řazení kondenzátorů



$$C_C = ?$$

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

$$C_C = \frac{Q_C}{U_C} = \frac{Q}{U_1 + U_2} = \frac{Q}{\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}}$$

$$C_C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Sériově:

$$\frac{1}{C_C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



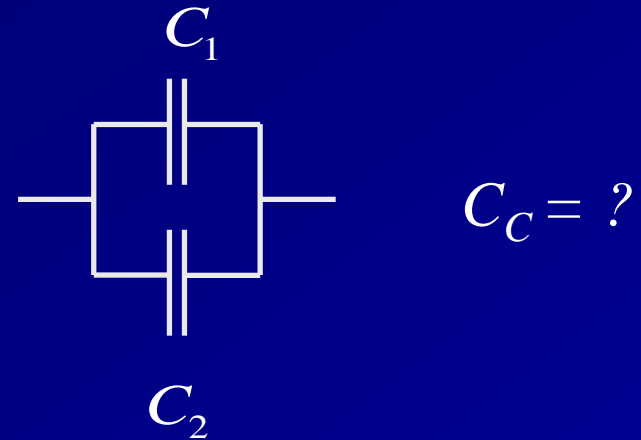
$$\frac{1}{C_C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Kapacita – skládání kondenzátorů

Paralelní řazení kondenzátorů

$$U_1 = U_2 = U$$

$$C_C = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2}{U} = \frac{C_1 U + C_2 U}{U}$$



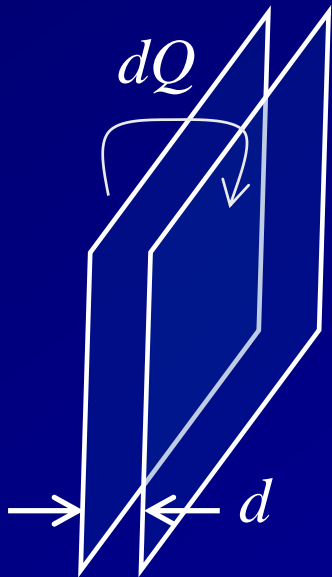
Paralelně:

$$C_C = C_1 + C_2 \quad \Rightarrow$$

$$C_C = \sum_i C_i$$

Nabíjení kondenzátorů

Nabíjení kondenzátoru se děje tak, že přenášíme volný náboj (elektrony) z jedné desky na druhou. Při tomto procesu se však průběžně mění i napětí U mezi deskami kondenzátoru a tedy i síla F , kterou potřebujeme na přenesení dalšího náboje. Celkovou práci W potřebnou na přenesení náboje proto počítáme pomocí integrálu. Práce se rovná potenciální energii E_p náboje uloženého na kondenzátoru



$$dE_p = dW = U \cdot dQ$$

Potenciální energie elektrického pole na kondenzátoru

$$dE_p = dW = U \cdot dQ$$

$$E_p = W = \int_0^Q \frac{Q}{C} \cdot dQ = \frac{Q^2}{2C}$$

$$= \frac{UQ}{2}$$

$$= \frac{CU^2}{2}$$

Do kondenzátoru
ukládáme energii!



Rozdíl potenciálu
mezi deskami U

Souhrn-kapacita

Kapacita

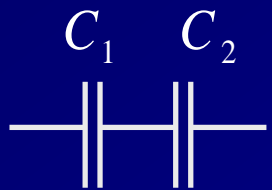
osamoceného vodiče (př. koule)

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

kondenzátoru

$$C = \frac{Q}{U}$$

Skládání kondenzátoru
sériově



$$\frac{1}{C_C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

paralelně

$$C_C = \sum_i C_i$$

Energie uložena na kondenzátoru

$$E_P = \frac{UQ}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

