Elektrostatika

Hlavní body

- Příklady elektrostatických jevů.
- Elektrický náboj, elementární a jednotkový náboj
- Silové působení náboje - Coulombův zákon
- Elektrické pole a elektrická intenzita,
- Práce v elektrostatickém poli, potenciál
- Tok elektrické intenzity a Gaussova věta.
- Hustota náboje. Užití Gaussovy věty k výpočtu speciálních polí

Příklady elektrostatických jevů - náboj

- Silové projevy nábojů vznikají nejčastěji třením: hřeben, ebonitová tyč, blesky
- Pozorované síly přiřazujeme nové vlastnosti hmoty (částic), kterou nazýváme elektrický náboj.
- Dvě nabitá tělesa se mohou přitahovat i odpuzovat!
- Elektro - statika proto, že se jedná o náboje bez pohybu

Elektrický náboj Q, elementární a jednotkový náboj

elektrický náboj je vázán na existenci částic, které tuto vlastnost mají:

Proton, elektron, mion…. versus neutron, ….

Jmenované částice nesou stejnou hodnotu této vlastnosti (elektrického náboje) : $Q = e = 1{,}60217653 \cdot 10^{-19}$C

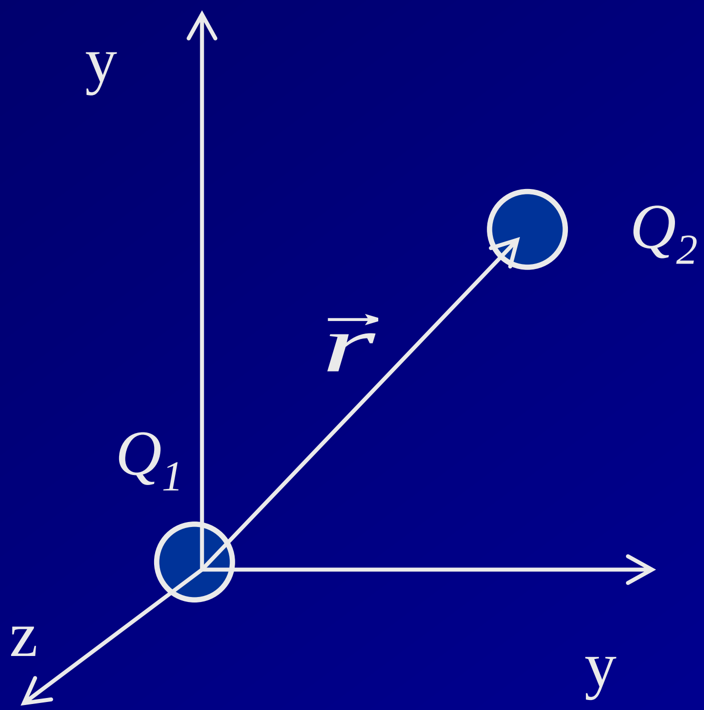
Jednotkový náboj je historicky daná hodnota a nazývá se jeden Coulomb = 1C

1C = $6{,}24 \cdot 10^{18}$ elementárních nábojů

Silové působení náboje - Coulombův zákon

Coulombův zákon popisuje elektrostatickou sílu působící mezi dvěma bodovými náboji:

$$\vec{F}_{21}(\vec{r}\,) = k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^3}\,\vec{r} = k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\,\vec{r}_0$$

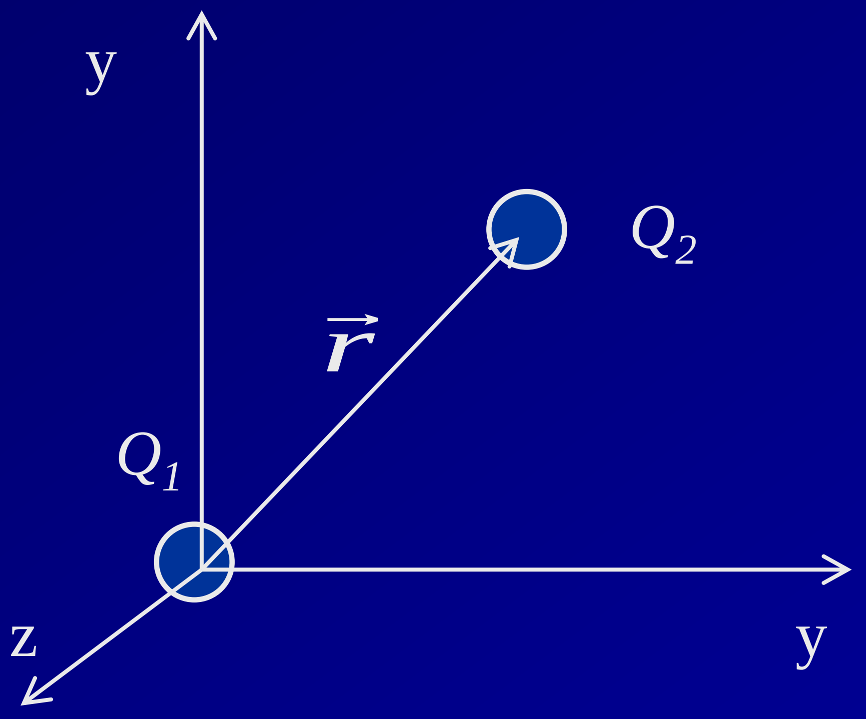


Formálně je Coulombův zákon podobný Newtonovu gravitačnímu zákonu, ale elektrostatická síla je ~ 10^{42} (!) krát silnější.

Gravitace přesto dominuje vesmíru, protože hmota je obvykle neutrální. Proč je neutrální?

Silové působení náboje - Coulombův zákon

$$\vec{F}_{21}(\vec{r}\,) = k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^3}\,\vec{r} = k\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2}\,\vec{r}_0$$



$k = 1/4\pi\varepsilon_0$ (definice)

$\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12}\ C^2/\ Nm^2$ je permitivita vakua

$$F_{21}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

skalární forma pro dva náboje

Elektrostatika – polní popis

Intenzita pole *E*

- Elektrostatické pole je pole vektorové. Mohli bychom ho plně charakterizovat, v každém bodě třemi složkami síly $\vec{F}$, která působí na nějaký testovací náboj Q.
- Výhodnější je tuto sílu podělit testovacím nábojem, čímž získáme intenzitu $\vec{E}$, která na ní již nezávisí a je tedy jednoznačnou vlastností pole.

Srovnej s gravitací

Intenzita elektrostatického pole E

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{\vec{F}_{12}(\vec{r})}{Q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}^{\;3}}$$

Bodový náboj!

Středová symetrie [NC^{-1}, Vm^{-1}]

Intenzitu chápeme jako sílu vytvořenou nábojem Q_1 , která by v daném bodě působila na jednotkový náboj (Q_2).
Je to vlastnost “pole“ a není vázána na testovací náboj.

Jde o vektorovou rovnici, ve skutečnosti tedy máme opět tři rovnice, pro *x, z, y:*

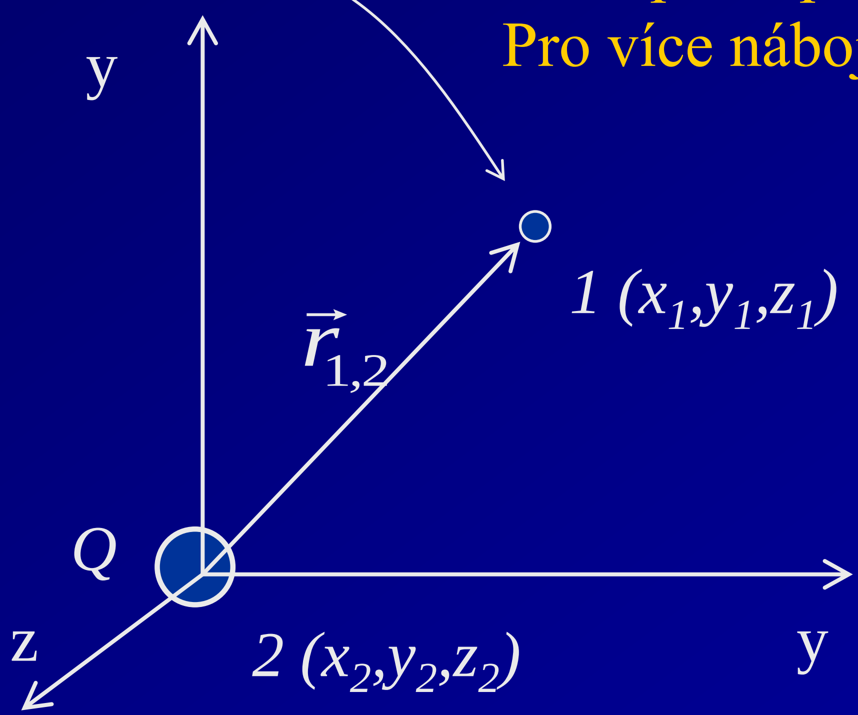
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}^{\,3}}$$

Např. složka *x*:

$$E_x(x,y,z) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x_1 - x_2}{\left[\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}\right]^3}$$

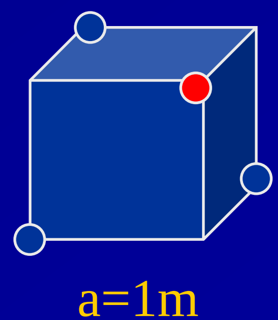
Platí princip superpozice!

Pro více nábojů jen vektorově: $E_{x,C} = \sum_i E_{x,i}$



podobně platí i pro *z*, *y*

- 3 Q = 10^{-10} C
- E (x,y,z) = ?

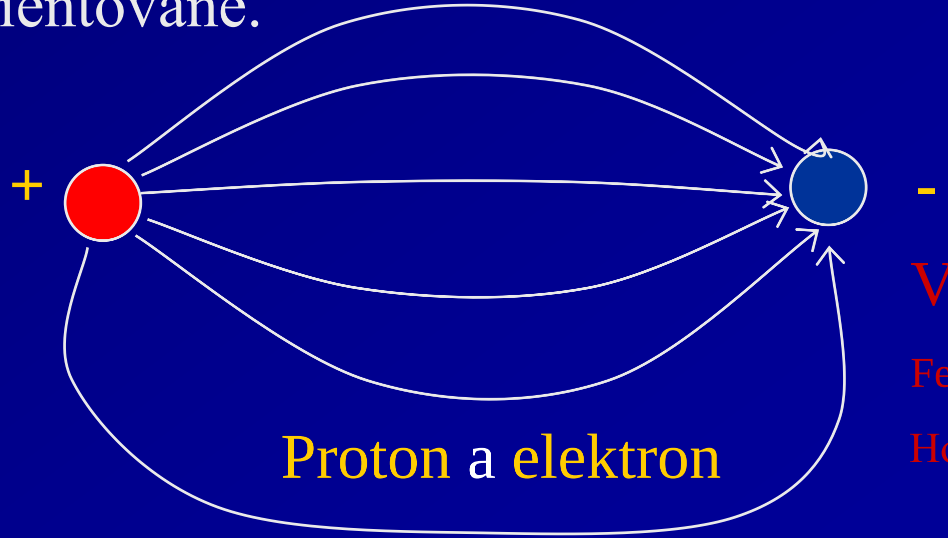


příklad za 25b.

Intenzita elektrostatického pole *E* - siločáry

- Ke znázornění pole používáme tzv. siločáry. Jsou to křivky, které jsou v každém bodě tečné k vektoru elektrické intenzity, nemohou se nikde protnout! Mají směr síly, která působí na kladný náboj.

- Na rozdíl od hmotnosti se náboj vyskytuje ve dvou druzích = polaritách + a - . Síly na ně působící jsou stejně veliké, ale opačně orientované.



Proton a elektron

VIDEO

Feldlinien

Homogenní pole

Práce v elektrostatickém poli

- Spočítejme práci, kterou musíme dodat pro přemístění náboje Q z r_A do r_B v elektrostatickém poli jiného náboje

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

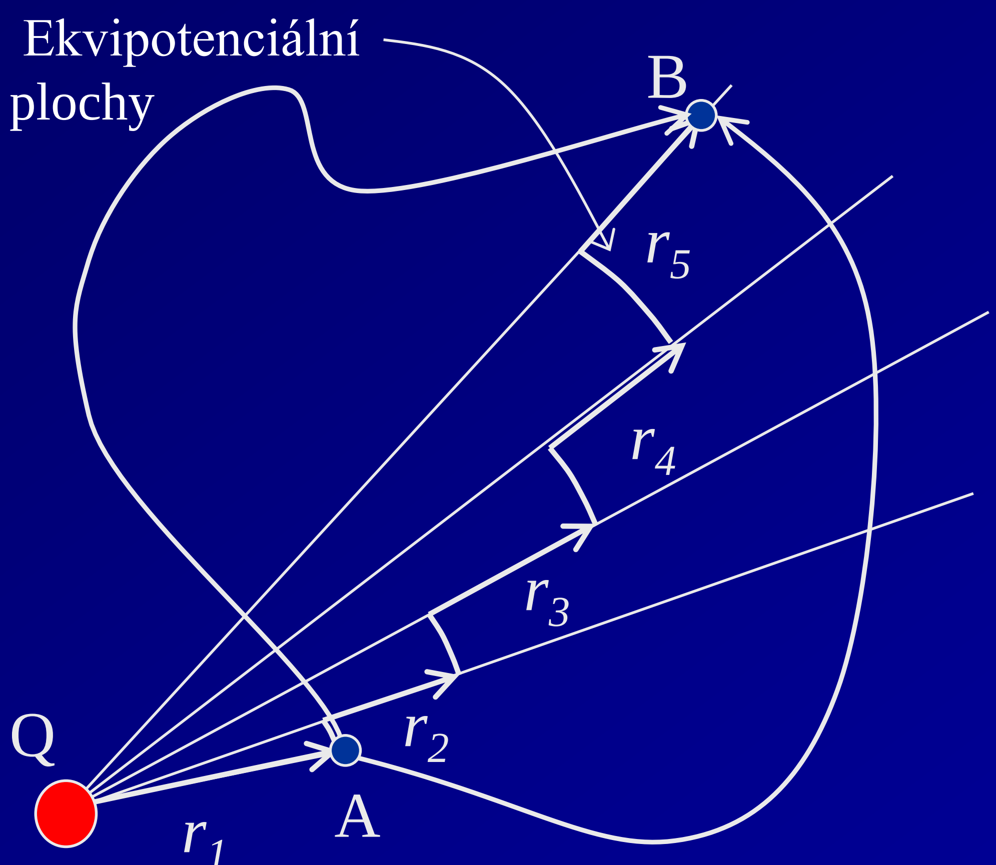
přemisťujme jednotkový náboj:

nerespektujeme znaménka!

$$W\left(na\ Q = 1C\right) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Práce v elektrostatickém poli - konzervativní pole

$$W(1C)=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = E\cdot dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right)$$



Skalární součin!

Pracujeme jen, když se pohybujeme radiálně nikoliv při tangenciálním pohybu!

$\vec{r} \rightarrow r$ (radiální vzdálenost)

Práce závisí jen na počátečním a koncovém bodě = pole konzervativní

Srovnej s gravitačním polem

Konzervativní pole = existence skalárního potenciálu

Práce na jednotkový náboj = potenciál

$$W(1C)=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = E\cdot dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_B}-\frac{1}{r_A}\right) = \varphi(r)$$

Za vztažný bod volíme nekonečno:

Skalár!

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right)$$

Není vektor

Potenciál "je" práce, kterou vynaložíme na přemístění jednotkového kladného náboje z nekonečna do místa s vzdáleného r od Q

Platí princip superpozice!
Pro více nábojů:

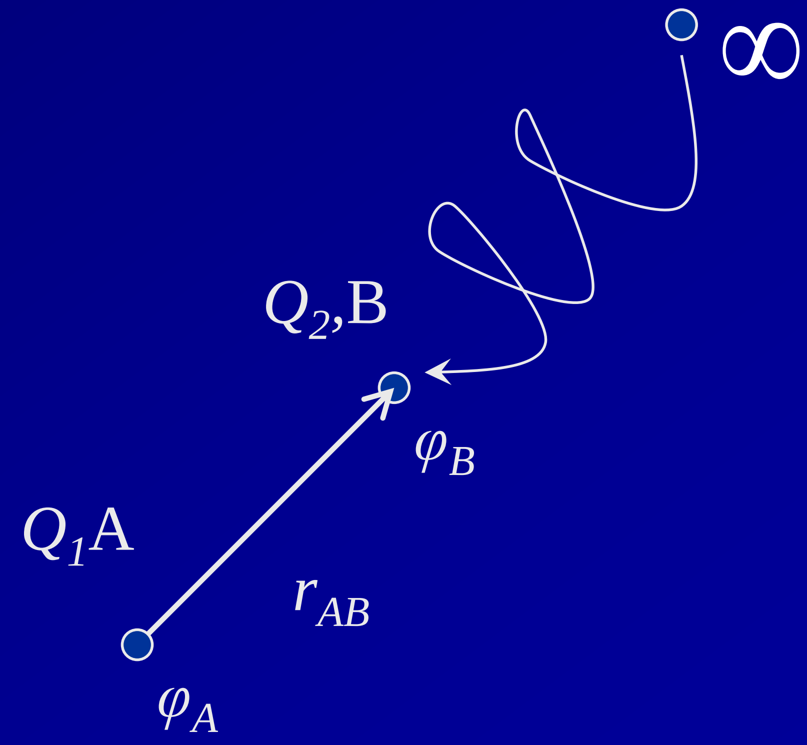
$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i\left(\frac{Q_i}{r_i}\right)$$

Práce v elektrostatickém poli

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right)$$

Práce, kterou vykonáme na přiblížení dvou nábojů z nekonečna na Vzdálenost r_{AB}:

$$W_{AB} = \frac{Q_2 \cdot Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_{AB}}\right)$$



Obecně: Nesledujeme původ pole

$$W = Q_2(\varphi_A - \varphi_B)$$

$$dW = U \cdot dQ$$

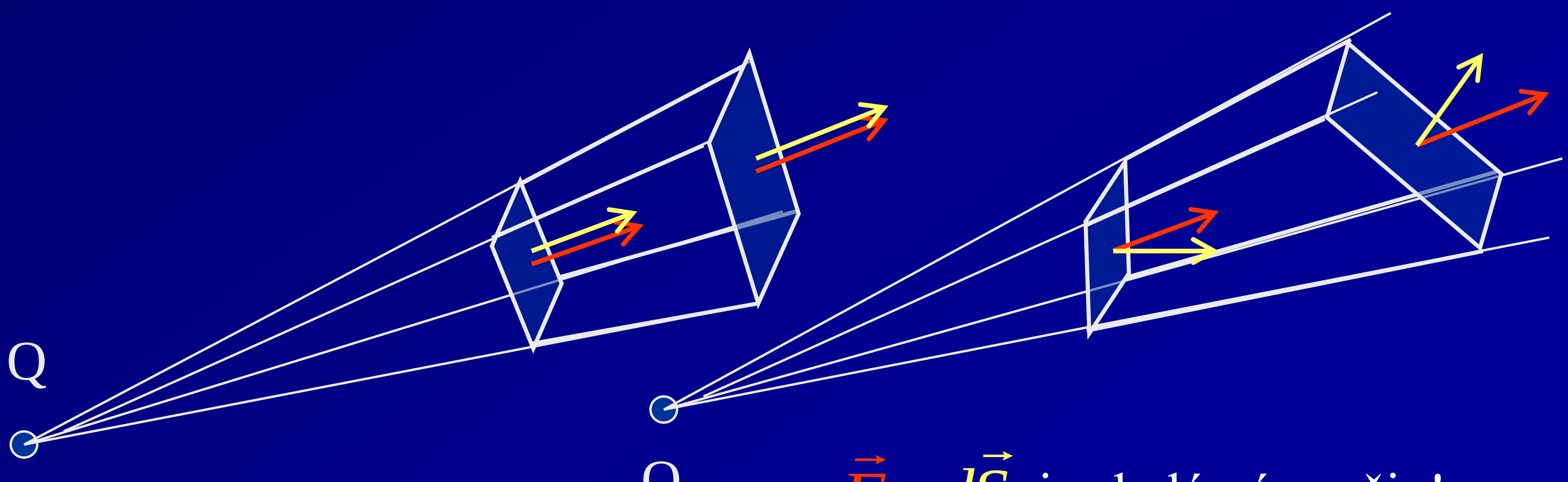
Rozdíl potenciálů mezi dvěma body nazýváme napětím *U*

Gravitační napětí?

Tok intenzity elektrostatického pole Φ

Popisuje množství elektrické intenzity $\vec{E}$, která "proteče" kolmo ploškou dS, (která je tak malá, aby se intenzita na ní dala považovat za konstantní) a je popsána svým vnějším normálovým vektorem $d\vec{S}$.

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



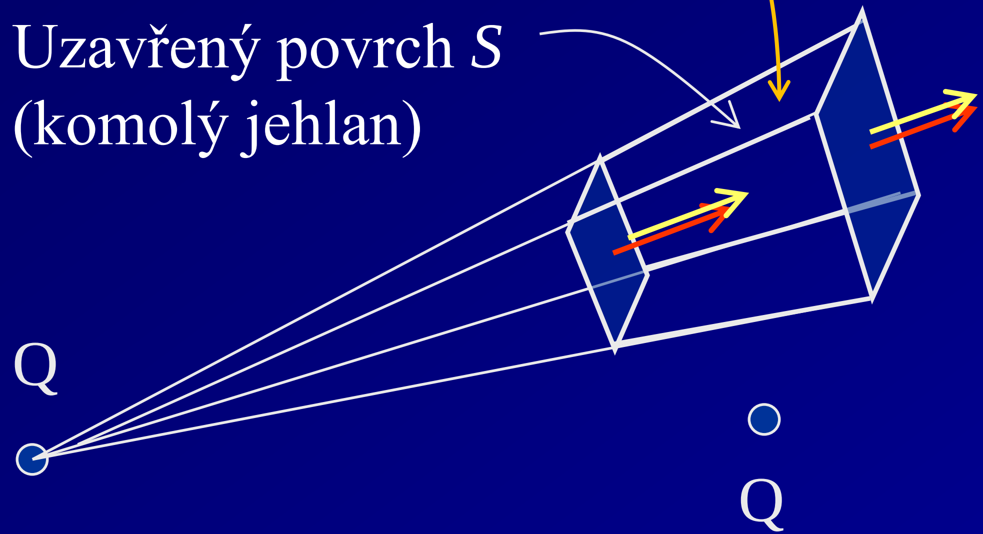
$\vec{E} \cdot d\vec{S}$ je skalární součin!

Tok intenzity – Gaussova věta

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$$

Intenzita "skrze" stěny je nulová

Uzavřený povrch *S*
(komolý jehlan)



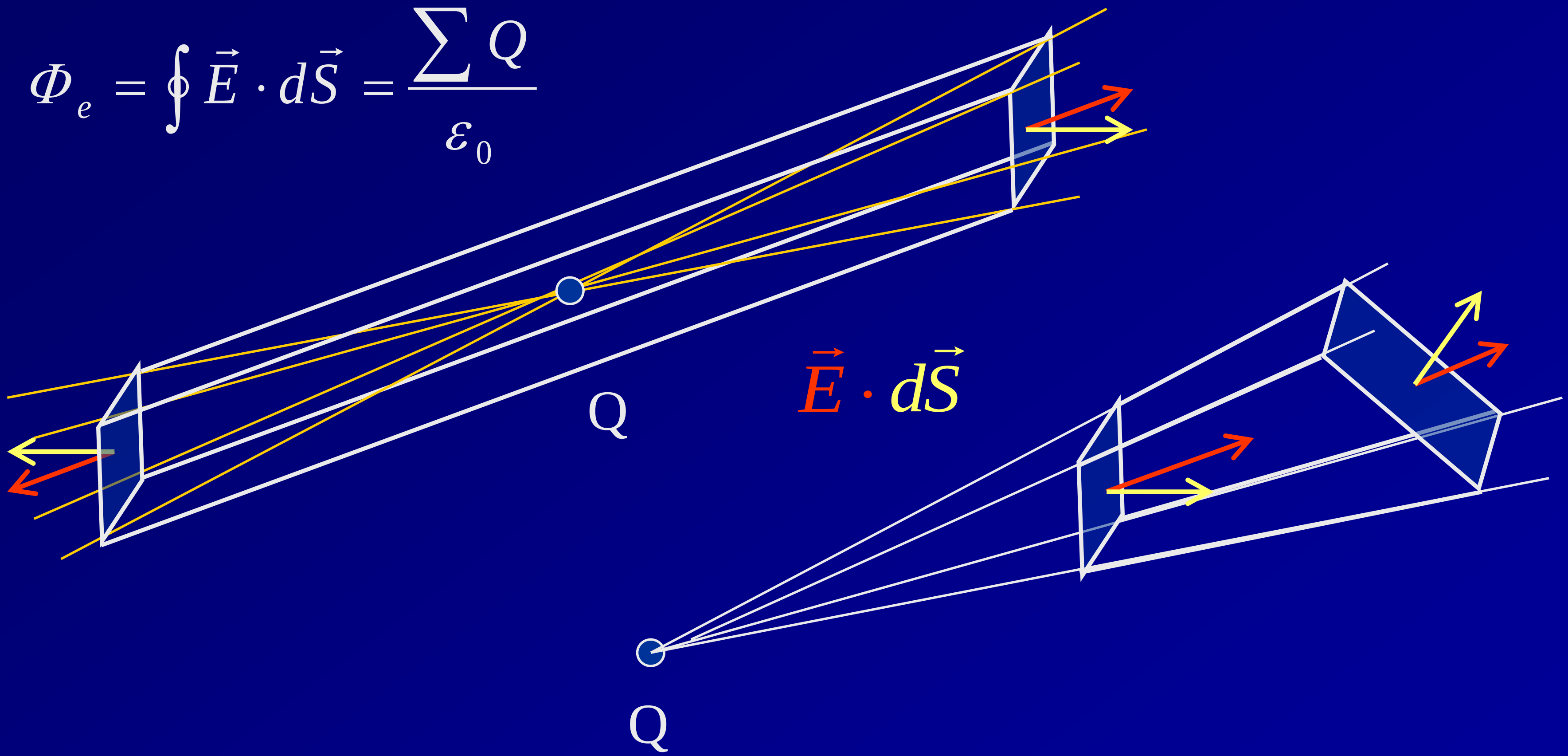
$$\vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Gaussova věta:

Celkový tok elektrické intenzity uzavřenou plochou je úměrný sumě nábojů plochou uzavřených

Gaussova věta

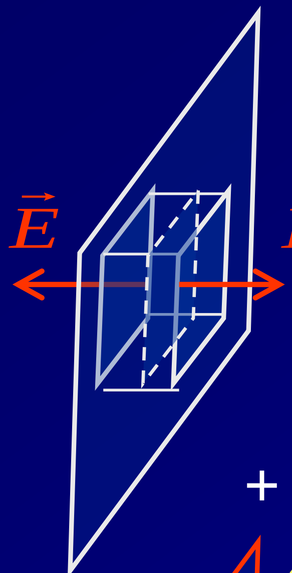
$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$$



Plocha roste s kvadrátem r jako intenzita klesá s kvadrátem r

Gaussova věta = Coulombův zákon $\qquad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

Gaussova věta - aplikace

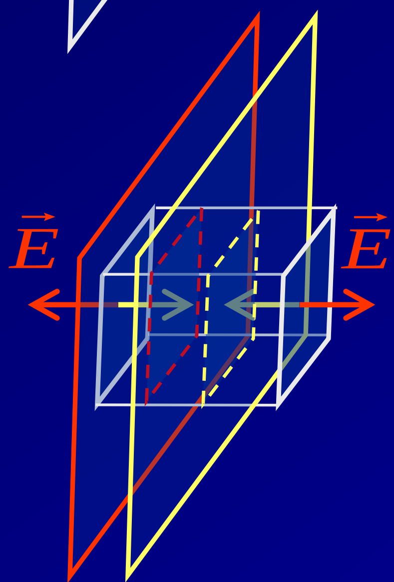


Plocha s nábojem, nábojová hustota σ (Cm^{-2})

$$ES + ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

+ -

2 plochy s opačným nábojem, nábojová hustota σ



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Mezi deskami
(Superpozice jednotlivých desek)

$$E = 0$$

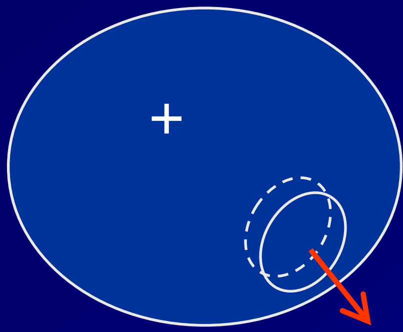
Vně desek
(Náboj uzavřený ve “velké krabici“ je 0)

VIDEO

Feldlinien

Gaussova věta - aplikace

Na povrchu objemového vodiče



$$ES = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

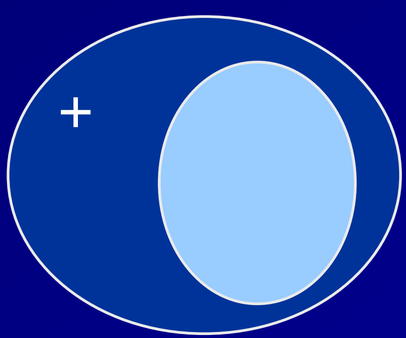
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Na povrchu koule

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2}\frac{1}{\varepsilon_0}$$

je intenzita taková, jako by byl celý náboj soustředěn v jejím středu!

V dutině vodiče



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$$

Faradayova klec

Elektrické pole – reálné prostředí

Reálné prostředí

Středová symetrie

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r^2}$$

Vakuum

Středová symetrie

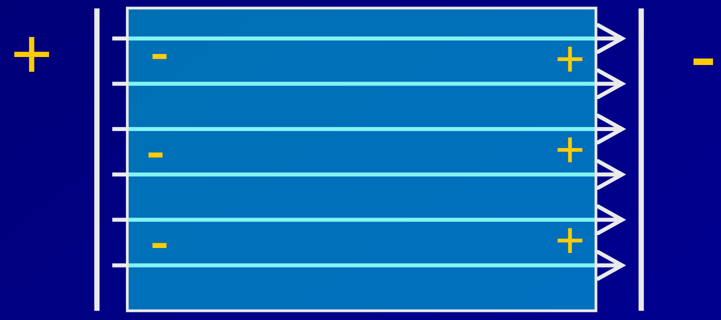
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

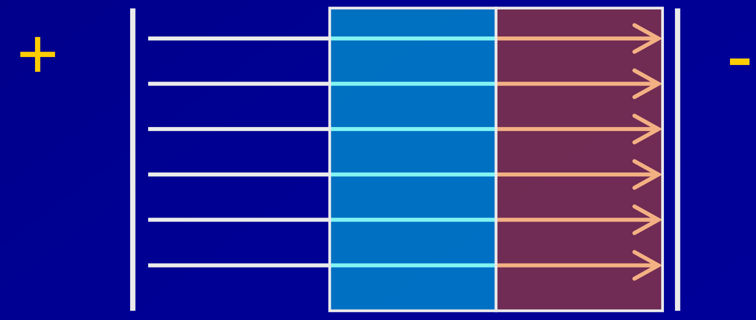
$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$$

Intenzita E je ε_r-krát menší v prostředí než ve vakuu v důsledku polarizace prostředí, ε_r-relativní permitivita

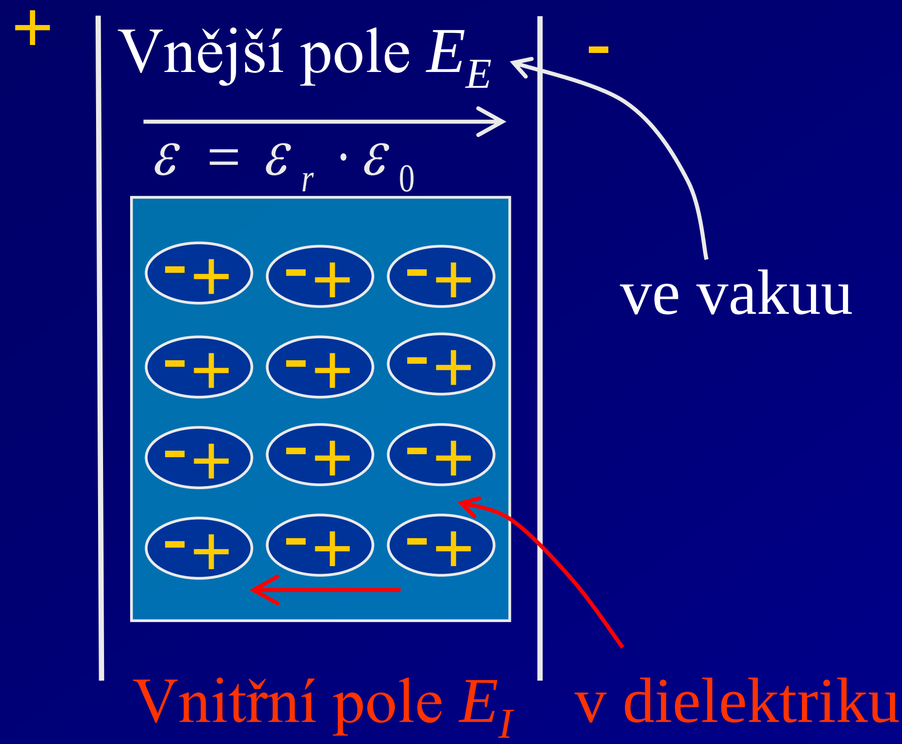
Homogenní pole

$$\vec{E}_0 \neq \vec{E}_1 \neq \vec{E}_2$$



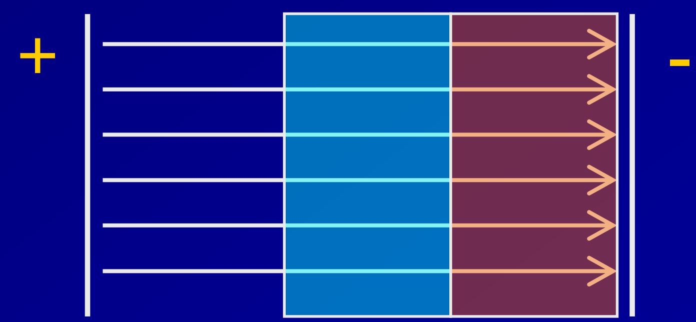


Elektrické pole – reálné prostředí, polarizace dielektrika



Zavádíme elektrostatickou indukci: $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$

$$\vec{E}_E \neq \vec{E}_1 \neq \vec{E}_2$$



$$\vec{D}_0 = \vec{D}_1 = \vec{D}_2$$

Celkové pole mezi deskami je menší než bylo s vakuem

$$\vec{E}_C = \vec{E}_E + \vec{E}_I$$

Pokud pole prochází různými typy prostředí E se mění ale D ne!

Zobecněná Gaussova věta:

$$\Phi_d = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum Q$$